

Agnieszka JAKUBOWSKA, Katarzyna PIECHOCKA*

W POSZUKIWANIU OPTYMALNEJ TRASY – WYBRANE ALGORYTMY W ZASTOSOWANIU DO PROBLEMU KOMIWOJAŻERA

Słowa kluczowe: optymalizacja trasy, problem komiwojażera, heurystyka

STRESZCZENIE

Ze względu na dążenie do ograniczenia kosztów logistycznych przedsiębiorstw coraz większego znaczenia nabiera zagadnienie optymalizacji tras. Coraz częściej wykorzystuje się w tym celu rozwiązania heurystyczne oparte na sztucznej inteligencji. Uwzględniając duży stopień trudności w tym zakresie, szczególnie istotne jest wykorzystanie wsparcia informacyjnego. Niniejsza praca przedstawia problem komiwojażera oraz możliwość jego rozwiązania za pomocą algorytmów heurystycznych. Szerzej zaprezentowano algorytmy mrówkowy oraz genetyczny.

1. WSTĘP

We współczesnym świecie rola transportu jest niezwykle duża. Szczególnie dotyczy to sfery logistyki, gdzie transport wręcz warunkuje poprawne funkcjonowanie przedsiębiorstw. Potrzeby transportowe wynikają między innymi z różnic geograficznych, specjalizacji produkcji, korzyści skali, czy sytuacji polityczno-społecznej [27]. Czynniki te są źródłem powstawania luki terytorialnej pomiędzy sprzedawcą a nabywcą, która musi zostać wypełniona, aby zaspokoić popyt na określone towary.

Udział kosztów transportu w kosztach logistycznych przedsiębiorstw jest znaczny (może osiągać nawet 45%) [11]. Stąd konieczność optymalizacji tej sfery, co może zarówno obniżyć koszty utrzymania, ale także wpływać na przewagę konkurencyjną firmy. Rozwiązywanie problemów optymalizujących transport jest niezwykle trudne, wymaga wykorzystania skomplikowanych modeli matematycznych, elementów badań operacyjnych, czy algorytmów wielokryterialnego wspomaganie decyzji [23].

* Koło Naukowe „Logistyka”, Politechnika Poznańska

Dlatego wsparcie informatyczne staje się nieodzownym elementem pracy logistyka.

Jednym z najstarszych problemów optymalizacyjnych związanych z transportem jest zagadnienie komiwojażera (TSP). Polega na wyznaczeniu możliwie najlepszej trasy z miejsca nadania do określonej liczby odbiorców ładunków. Ze względu na złożoność problemu i bardzo dużą ilość możliwych rozwiązań, zadania tego rodzaju są niezwykle trudne obliczeniowo. Znalezienie optymalnego, najlepszego rozwiązania z możliwych, jest na tyle czasochłonne, że poszukuje się rozwiązań przybliżonych, bliskich optymalnym. Dzięki temu czas obliczeń ulega znacznej redukcji. W tym celu stosuje się algorytmy przybliżone oparte na sztucznej inteligencji, które są jedynym racjonalnym sposobem rozwiązywania problemów optymalizacji tras [23]. Obecnie stają się one coraz bardziej popularne i coraz częściej wykorzystywane w pracy logistyka.

Celem niniejszego referatu jest przedstawienie problemu komiwojażera oraz wybranych algorytmów heurystycznych służących jego rozwiązaniu.

2. PODSTAWY TEORETYCZNE

W celu prawidłowego zrozumienia przedstawianego zagadnienia wyjaśnione zostały pojęcia bezpośrednio związane z prezentowaną tematyką.

2.1. SZTUCZNA INTELIGENCJA

Sztuczna inteligencja to nauka zajmująca się konstruowaniem maszyn, które wykazują znamiona inteligencji, to znaczy posiadają umiejętność podejmowania decyzji, uczenia się, dostosowywania do zmiennych warunków [26].

Ich funkcjonowanie opiera się na skomplikowanych algorytmach, które potrafią odzwierciedlać procesy zachodzące w naturalny sposób w świecie. Naśladownictwo rzeczywistych, sprawdzonych procesów jest ogromną zaletą tych algorytmów – dzięki temu istnieje duże prawdopodobieństwo ich prawidłowego funkcjonowania [20].

2.2. SYMULACJA

Zgodnie z definicją Słownika języka polskiego, symulacja to „sztuczne odtwarzanie właściwości danego obiektu lub zjawiska za pomocą jego modelu” [7]. Symulacja to imitacja rzeczywistego procesu lub systemu. Polega na jak najlepszym odzwierciedleniu stanu rzeczywistego, a następnie

ingerowaniu w niego w celu poznania zachowania się danego systemu w przyszłości przy różnych warunkach zewnętrznych. Symulacja umożliwia nie tylko obserwację, ale także przeprowadzenie analizy, uzyskanie odpowiedzi na pytanie „co się stanie, gdy”. Jest niezwykle pomocą przy projektowaniu rzeczywistych systemów, może być stosowana zarówno dla istniejących, jak i przyszłościowych rozwiązań [1].

2.3. OPTYMALIZACJA

Słownik języka polskiego definiuje optymalizowanie jako proces organizacji określonych działań w sposób najbardziej efektywny, a jednocześnie przy minimalnych nakładach. Optymalizacja trasy jest jednym z najważniejszych zagadnień związanych z planowaniem transportu. W zależności od postawionego celu optymalna trasa może oznaczać trasę najkrótszą, najtańszą, zajmującą najmniej czasu, czy nawet najbardziej bezpieczną lub komfortową. Najczęściej optymalizacja ma na celu zaplanowanie trasy pojazdu w taki sposób, aby osiągnąć jak najwyższy zysk i zapewnić możliwie najwyższy poziom obsługi klienta. Zazwyczaj jest to osiąganę poprzez zmniejszanie kosztów transportu lub skracanie czasu jego trwania [10].

2.4. ALGORYTM

Algorytm zdefiniować można jako zestaw kroków, czynności, które należy wykonać, aby osiągnąć określony cel. Do podstawowych cech algorytmów należą:

- **dyskretność**, oznaczająca, że algorytm powinien być prosty, zbudowany z jasno sprecyzowanych kroków postępowania,
- **uniwersalność**, czyli możliwość wykorzystania algorytmu do rozwiązania grupy problemów, a nie tylko jednego, wybranego przykładu,
- **jednoznaczność** – stworzenie algorytmu w taki sposób, aby nie było wątpliwości która czynność ma zostać wykonana w danym momencie,
- **efektywność** – algorytm ma być wykonywalny w skończonej liczbie kroków lub posiadać jednoznacznie określone warunki zakończenia pracy [2].

2.5. HEURYSTYKA

Termin „*heurystyka*” (z greckiego *heurisko* – odkrywać, znajdować) w literaturze definiowany jest jako „twórcze rozwiązywanie problemów, przez eksperyment, metodą prób i błędów bądź odwołaniem się do analogii”. Metody heurystyczne wykorzystywane są w przypadku problemów,

kórych rozwiązanie jest niezwykle skomplikowane i czasochłonne. Dzięki nim można ograniczyć zakres przeszukiwanych rozwiązań, w rezultacie przyspieszając znalezienie rozwiązania i zmniejszając koszty obliczeniowe [28].

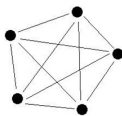
Algorytmy heurystyczne to takie algorytmy, które nie dają pewności znalezienia optymalnego rozwiązania, lecz umożliwiają znalezienie rozwiązania bliskiego optymalnemu w racjonalnym czasie.

3. PROBLEM KOMIWOJAZERA

Nieustanny rozwój logistyki i dążenie do doskonalenia każdego z wykonywanych działań wymagają wsparcia naukowego w zakresie poszukiwania optymalnych rozwiązań. Wszelkie usprawnienia pozytywnie wpływają na poziom obsługi klientów i szeroko rozumianą jakość świadczonych usług. Poszukiwanie nowych, lepszych rozwiązań nieuchronnie związane jest jednak z napotykaniami szeregu problemów. W przypadku działalności transportowej, najstarszym problemem związanym z poszukiwaniem optymalnego rozwiązania jest problem komiwojażera TSP (ang. travelling salesman problem) [23].

Zagadnienie należy do kombinatorycznych problemów optymalizacyjnych i polega na wyznaczeniu najkrótszej trasy między określonymi punktami. Istnieją dodatkowe wymagania: każdy z punktów może być odwiedzony tylko jeden raz, a komiwojażer ma obowiązek wrócić do punktu, z którego wyruszył [22].

Zadanie można przedstawić graficznie jako n -wierzchołkową sieć. Jej przykład przedstawiono na rysunku 1.



Rys. 1. 5-wierzchołkowa sieć

(źródło: opracowanie własne)

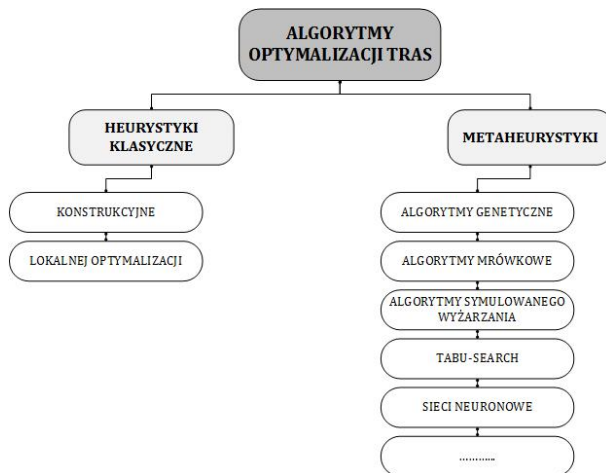
Wymaganą informacją jest również odległość między wszystkimi analizowanymi punktami. Rozwiązując problem komiwojażera nie zawsze dąży się do znalezienia najkrótszej trasy w sensie odległościowym, celem może być również znalezienie drogi, której pokonanie zajmuje najmniej czasu. W tym przypadku „odległość” między punktami określa się jako czas trwania podróży między nimi. Inną możliwością może być także zna-

leżenie drogi najtańszej, wtedy wymaganą informacją jest cena podróży między danymi punktami [12].

Wraz ze wzrostem liczby punktów, skomplikowanie zadania wzrasta. W przypadku pięciu punktów istnieje $4!$ rozwiązań, czyli 24. Gdy natomiast liczbę wierzchołków zwiększymy dwukrotnie, liczba dopuszczalnych rozwiązań wyniesie $9!$, czyli 362 880 rozwiązań (a zatem zwiększy się ponad 15 000 razy) [18]. Przeanalizowanie wszystkich możliwych rozwiązań w takim przypadku byłoby niezwykle czasochłonne, dlatego dla uzyskania rozwiązania takich problemów stosuje się algorytmy przybliżone. Nie zawsze umożliwiają one znalezienie optymalnych, najlepszych wyników, lecz pozwalają otrzymać dostatecznie dobre w znacznie krótszym czasie.

4. PRZEDŁĄD WYBRANYCH ALGORYTMÓW

Problem optymalizacji tras pojazdów jest przedmiotem wielu badań i opracowań w literaturze. Dzięki możliwości wykorzystania coraz większych mocy obliczeniowych komputerów zauważa się wzrost zainteresowania heurystycznymi metodami rozwiązywania trudnych problemów kombinatorycznych związanych z optymalizacją tras [6] [23]. Klasyfikacja tych metod przedstawiona została na rysunku 2.



Rys. 2. Metody heurystyczne rozwiązywania problemu trasowania pojazdów
(źródło: opracowanie własne na podstawie: [25] [16])

Algorytmy konstrukcyjne (konstrukcji tras) przyporządkowują klientów do pojazdów oraz określają w jakiej kolejności będą obsługiwane. W algorytmach lokalnej optymalizacji zastępuje się aktualny układ tras nowym rozwiązaniem. Polega to na wymianie jednego atrybutu lub ich kombinacji (np. punkty w danej trasie, skrzyżowanie dwóch tras). Działanie to powtarza się aż do osiągnięcia rozwiązania optymalnego [16] [17].

Algorytmy metaheurystyczne używane są do rozwiązywania problemów możliwych do opisanego za pomocą określonych pojęć, które są definiowane przez ten algorytm. Podają one jedynie sposób utworzenia odpowiedniego algorytmu, nie służą do bezpośredniego rozwiązywania problemów [30]. Często są zainspirowane procesami ze świata rzeczywistego (biologia, fizyka), które można interpretować w kategoriach optymalizacji [19].

Na rzecz niniejszego artykułu szerzej zostaną omówione algorytmy: mrówkowy oraz genetyczny.

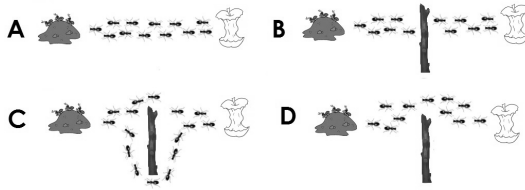
4.1. ALGORYTM MRÓWKOWY

Biologiczne inspiracje – inteligencja mrówek

Mrówki są owadami żyjącymi w koloniach, ich przeżycie jest uzależnione od wspólnego działania. Ich misją jest budowa mrowiska oraz poszukiwanie pożywienia. Pojedynczy osobnik nie jest w stanie tego dokonać, dopiero w grupie mrówki mogą wykazać się swoją inteligencją. Aby przeżyć, niezbędna jest współpraca między wszystkimi jednostkami kolonii [28].

Mrówki wykazują złożone zachowania społeczne, które od dawna przyciągają uwagę człowieka. W dzieciństwie z pewnością wiele osób usiłowało utrudnić mrówkom „pracę” poprzez umieszczenie jakiejś przeszkody na ich drodze, aby sprawdzić ich reakcję na takie zaburzenie. Można w ten sposób zauważyć, że owady te bez problemu radzą sobie w takich sytuacjach [5]. Początkowo ich ruch jest chaotyczny, jednak z czasem wypracowują one najkrótszą drogę. Jak to się dzieje? Mianowicie odbywa się to za sprawą komunikacji za pomocą feromonów, czyli związków infochemicznych pozostawianych w środowisku [8]. Na rysunku 3 przedstawiono schemat zachowania mrówek w sytuacji zastanej na drodze przeszkody, który opisany został poniżej.

Mrówki wędrując w poszukiwaniu pożywienia wybierają losowe trasy. Kiedy jedna z nich znajdzie pokarm, wracając z nim do mrowiska na całej ścieżce wydziela feromon. Kolejne mrówki, dzięki zdolności wyczuwania tych feromonów podążają drogą, którą przeszło najwięcej jej



Rys. 3. Schemat zachowania mrówek
(źródło: opracowanie własne na podstawie: [4])

towarzyszy, również zostawiając ślad po sobie (A). Gdy na drodze pojawi się przeszkoda, mrówki muszą wybrać pomiędzy skrętem w prawo lub w lewo, przy czym prawdopodobieństwo wyboru jednej z tych opcji jest jednakowe (B). Osobniki, które przypadkowo wybierają krótszą ścieżkę, utrwalają na niej ślad feromonowy (mniej feromonu zdążyło odparować, podczas gdy szybciej wyparowuje on na ścieżce dłuższej). Innymi słowy, feromon szybciej osadza się na krótszej drodze (C). W rezultacie, wszystkie mrówki wybierają krótszą trasę, ponieważ podążając szlakiem zapachowym w kierunku pożywienia, dokładają również swój feromon do już istniejącego. Poziomy zapachu na tej drodze staje się tak wysoki, że podąża nią cała kolonia (D). Feromony z czasem wyparowują, tracąc swą intensywność, dlatego gdy źródło pożywienia się wyczerpie, ścieżka znika [13] [14] .

Optymalizacja kolonii mrówek (ACO)

Złożone zachowania społeczne mrówek zostały szczegółowo zbadane przez naukowców. Informatycy są zgodni co do tego, że wzorce zachowania mrówek mogą dostarczyć modele rozwiązywania trudnych problemów kombinatorycznych. Próba opracowania algorytmów inspirowanych zachowaniem kolonii mrówek w celu poszukiwania optymalnych rozwiązań zadań, zaowocowała opracowaniem techniki Optymalizacji kolonii mrówek (ang. Ant Colony Optimization). Algorytm mrówkowy został po raz pierwszy zaproponowany przez Marco Dorigo w jego rozprawie doktorskiej [5].

W algorytmie ACO kolonia sztucznych mrówek współpracuje ze sobą w znalezieniu dobrych rozwiązań trudnych problemów optymalizacyjnych. Współpraca jest kluczowym elementem tych algorytmów, każda pojedyncza mrówka znajduje rozwiązanie, jednak dopiero w grupie są one w stanie wypracować rozwiązanie optymalne [3]. Dla stworzenia algorytmu mrówkowego konieczna jest obecność komponentów takich jak [15]:

- agenci (mrówki) ze zdolnością komunikacji poprzez poziom feromonów zostawianych w otoczeniu,
- otoczenie ze ścieżkami o różnych długościach sumarycznych,
- feromony w otoczeniu sterujące ruchami agentów.

Według źródeł literaturowych [21] systemy mrówkowe mogą znaleźć zastosowanie w wielu dziedzinach, m.in. do planowania przestrzennego, rozwoju i syntezy związków chemicznych, problemu lokalizacji przystanków autobusowych, planowania produkcji jednostkowej, optymalizacji bioreaktorów. Jednak najpopularniejszym zastosowaniem algorytmów ACO jest problem komiwojażera.

Podstawową zasadę działania algorytmu mrówkowego dla problemu komiwojażera przedstawiono na schemacie (rys. 4). Na rzecz stworzenia takiego algorytmu konieczne jest poczynienie kilku założeń i podjęcie paru decyzji. Mogą się one różnić w zależności od indywidualnego podejścia. Poniżej wymieniono przykładowe założenia [9] [15]:

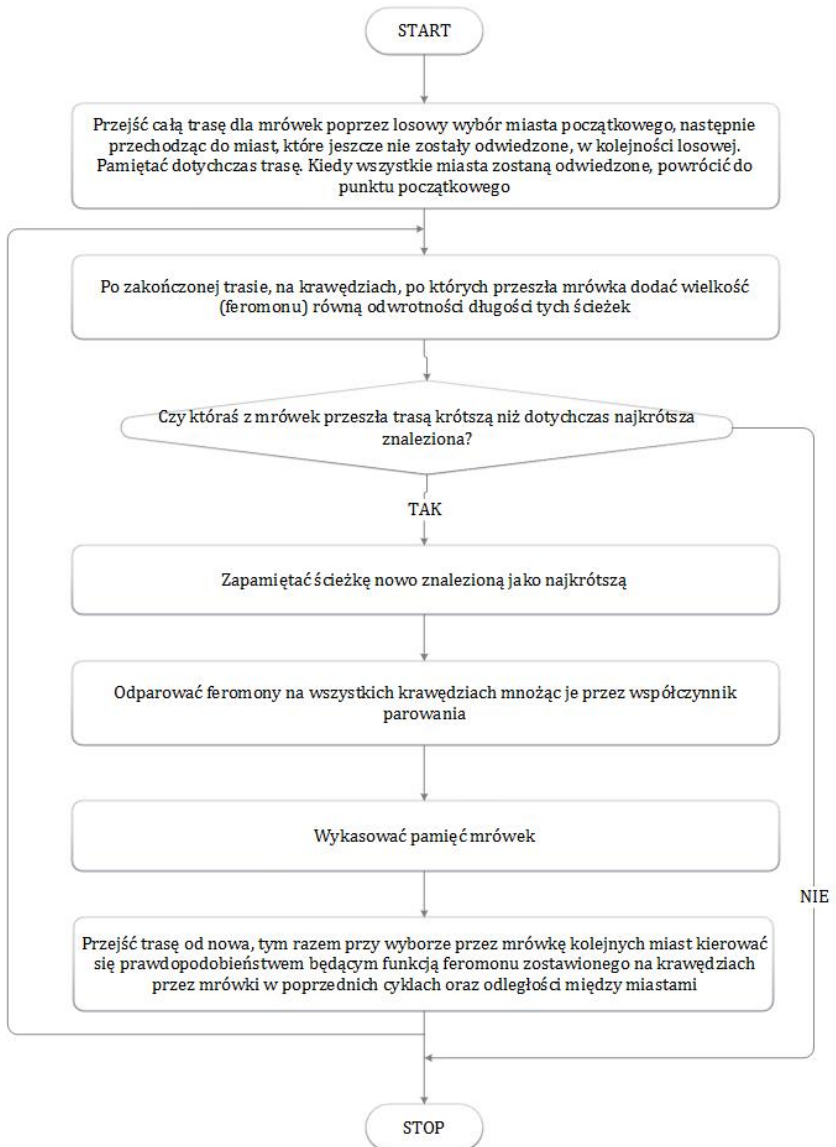
- każda mrówka pozostawia na krawędzi pomiędzy miastami ślad zapachowy w wielkości odwrotności długości trasy, którą przeszła,
- drogi w pierwszym cyklu wybierane są losowo, natomiast w kolejnych cyklach na trasę mrówek wpływa prawdopodobieństwo będące funkcją feromonu zostawionego na krawędziach oraz odległości między miastami,
- każda mrówka w jednym cyklu może odwiedzić dane miasto tylko raz;
- w naturze feromon pozostawiany przez mrówki z czasem odparowuje – trzeba to również uwzględnić w tworzonym algorytmie. W tym celu określa się współczynnik parowania (z zakresu $(0;1)$), który może być regulowany. Dzięki temu unika się kumulowania feromonu na trasach gorszych, mniej uczęszczanych, jednocześnie eksponując trasy używane najczęściej.

Pod warunkiem dobrze dobranych współczynników, mrówki znajdują coraz lepsze rozwiązania, aż znajdą optymalne. Początkowo chodzą losowo, jednak z czasem są coraz bardziej przyciągane przez lepsze ścieżki rezygnując ze ścieżek mniej obiecujących [15].

4.2. ALGORYTM GENETYCZNY

Charakterystyka

Inspiracją do powstania algorytmu genetycznego była natura i zachodzące w niej zjawiska. Algorytm ten do poszukiwania optymalnych rozwiązań naśladuje naturalne procesy związane z ewolucją, takie jak dziedziczenie genetyczne. Wszystkie organizmy żywe żyją w stale zmieniającym się świecie, część z nich jest lepiej przystosowana do danego

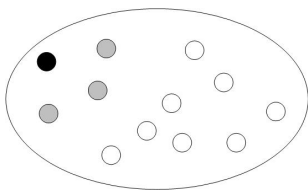


Rys. 4. Podstawowy schemat działania algorytmu mrówkowego
(źródło: opracowanie własne na podstawie: [15])

środowiska, część gorzej. Organizmy radzące sobie lepiej mają większą szansę na przeżycie. Przykładem może tu być kot polujący na myszy. Szybki, zwinny i sprytny kot szybciej upoluje mysz, aniżeli wolny, niezdatny. Stąd ten pierwszy ma większe szanse na przeżycie, a także przekazanie swoich „lepszych” genów kolejnym pokoleniom. Oczywiście część wolnych kotów też przeżyje, wprowadzając mieszaninę materiału genetycznego. Jednak w naturalny sposób, cała populacja w procesie ewolucji dąży do ulepszenia, organizmy „lepsze” reprodukują się, a „gorsze” wymierają. Opisana zależność wykorzystywana jest w działaniu algorytmów genetycznych [22].

Algorytm genetyczny a problem komiwojażera

Algorytm genetyczny wykorzystywany jest do rozwiązywania problemu komiwojażera. W najprostszy sposób metoda działania tegoż algorytmu przedstawiona została na rysunku 5.

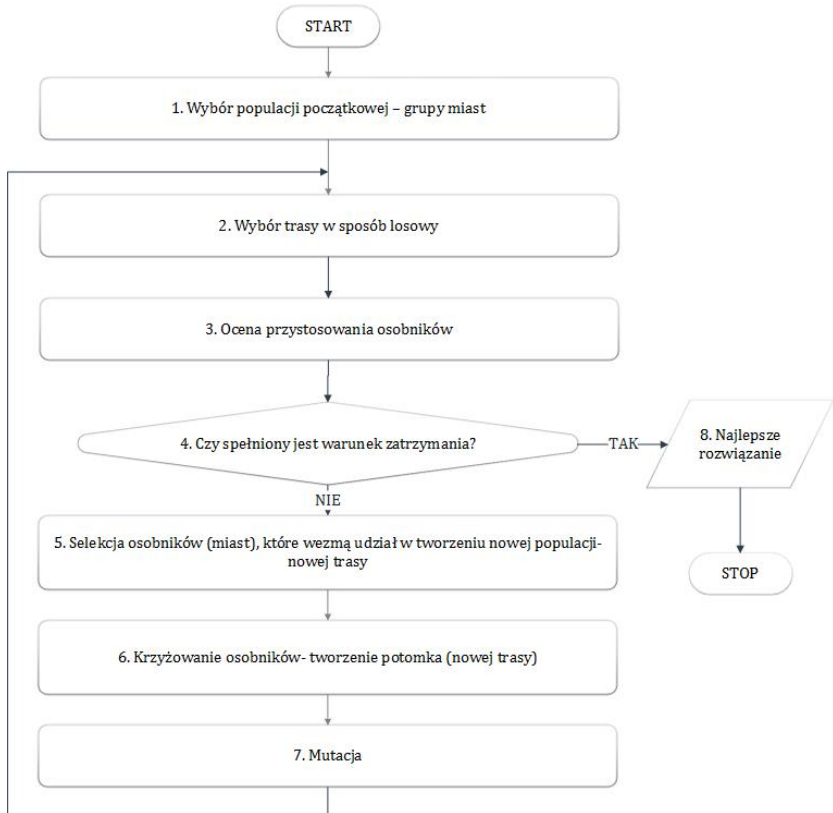


Rys. 5. Działanie algorytmu genetycznego
(źródło: opracowanie własne na podstawie: [29])

Przestawione pole to obszar badań, natomiast znajdujące się w nim kółka to osobniki zawierające określone informacje. W przypadku problemu komiwojażera kółka symbolizują miasta, a informacje dotyczą położenia tych miast na mapie oraz odległości między nimi. Miasto czarne to punkt startowy, od którego planujemy trasę. Miasta zaznaczone na szaro mają najmniejszą odległość od punktu startowego, a zatem są, zgodnie z logiką algorytmu genetycznego, „lepsze”. W związku z tym przy planowaniu pierwszego etapu trasy to te miasta „nadają się do rozważania”, czyli są brane pod uwagę. Pozostałe miasta nie biorą udziału na tym etapie, są odrzucane już na wstępie [29].

Przykładowy sposób rozwiązania problemu komiwojażera algorytmem genetycznym przedstawia rys. 6. Kolejne czynności uwzględnione w algorytmie zostaną scharakteryzowane w dalszej części artykułu.

1. Populacja początkowa zostaje wybrana poprzez wyznaczenie miast, które muszą zostać odwiedzone przez komiwojażera. W opisywanym przykładzie będzie to 8 miast, których nazwy dla uproszczenia będą cyframi od 1 do 8.



Rys. 6. Algorytm genetyczny

(źródło: opracowanie własne na podstawie: [24] [28])

2. Pierwsza, przykładowa trasa zostaje ustalona w sposób losowy. Kolejne miasta są wybierane w dowolny sposób, a następnie usuwane z listy miast, które muszą zostać odwiedzone, aby dany punkt nie został odwiedzony dwukrotnie.
3. Oceny osobników dokonuje się poprzez porównanie odległości między nimi. Można przykładowo utworzyć macierz z elementami x_{ij} , gdzie wartość elementu to odległość między punktami i oraz j . Elementy najlepiej przystosowane to te, które tworzą najkrótszą trasę. Przykładową macierz dla wybranych trzech miast przedstawia rysunek 7.

Na podstawie macierzy można wywnioskować, że odległość między

$$\begin{bmatrix} 0 & 20 & 45 \\ 20 & 0 & 33 \\ 45 & 33 & 0 \end{bmatrix}$$

Rys. 7. Algorytm genetyczny

(*źródło: opracowanie własne*)

miastem 1 a 2 wynosi 20 jednostek, natomiast między miastem 1 a 3 jest to 45 jednostek. Dzięki macierzy wiadomo, że najkrótszą trasę otrzymamy łącząc miasto 1 z 2, a 2 z 3 [24].

4. Istnieje kilka sytuacji spełniających warunek zatrzymania. Po pierwsze jest to znalezienie żądanej wartości optymalnej (w przypadku problemu komiwojażera jest to możliwe, gdy znana jest długość najkrótszej drogi lub mamy ustaloną wartość, do której dążymy). Inna możliwość zakończenia algorytmu występuje wtedy, gdy wykonywanie kolejnych prób nie skutkuje znalezieniem lepszego rozwiązania. Zatrzymanie może nastąpić również w momencie, gdy minie określony czas lub gdy wykonano określoną liczbę prób [28].
5. Kolejnym etapem algorytmu genetycznego jest wybór tych osobników (miast), które będą tworzyły nową populację (trasę). Wśród możliwych sposobów dokonania selekcji wyróżnić można [24]:
 - selekcję elitarną (uszeregowanie osobników od najlepszego do najgorszego i wybór określonej liczby najlepszych z nich),
 - selekcję turniejową (połączenie osobników w pary i wybór lepszego osobnika z każdej pary).
6. Etap szósty ma na celu skrzyżowanie dwóch osobników (przykładowych tras) w celu utworzenia potomka – nowej, być może lepszej trasy.

Istnieją trzy sposoby krzyżowania dla problemu komiwojażera [24]:

- z częściowym odwzorowaniem (PMX),
- z porządkowaniem (OX),
- cykliczne (CX).

W sposób przykładowy przedstawione zostanie krzyżowanie z częściowym odwzorowaniem. Metoda ta polega na skrzyżowaniu dwóch rodziców (znanych tras) w celu utworzenia potomka (nowej trasy) poprzez skopiowanie podtrasy od jednego z rodziców i pozostawienie pozostałych elementów w miarę możliwości zgodnie z porządkiem drugiego rodzica. Przebiega w następujący sposób [24]:

I. Wyznaczenie pary rodziców. W analizowanym przykładzie rodzicami będą następujące trasy składające się z ośmiu miast (rys.8).

| | | | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Rodzic 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Rodzic 2 | 2 | 4 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |

Rys. 8. Rodzice

(źródło: opracowanie własne)

II. Wyznaczenie podtras (pogrubiona kursywa) i wymiana między potomkami (potomek 1 otrzymuje podtrasę od rodzica 2 i na odwrót).

| | | | | | | | | |
|----------|---|---|----------|----------|----------|---|---|---|
| Rodzic 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Rodzic 2 | 2 | 4 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |

| | | | | | | | | |
|-----------|--|--|----------|----------|----------|--|--|--|
| Potomek 1 | | | 8 | 1 | 7 | | | |
| Potomek 2 | | | 3 | 4 | 5 | | | |

Rys. 9. Potomkowie – etap I

(źródło: opracowanie własne)

III. Uzupelnienie miast pozostałych, nienależących do podtrasy (wykonanie jedynie pod warunkiem, że dane miasto nie występuje już u potomka) zgodnie z zależnością: potomek pierwszy od rodzica pierwszego, a drugi od drugiego. Potomek 1 powinien otrzymać od rodzica 1 miasta: 1, 2, 7, 8. Możliwe jest wprowadzenie jedynie miasta 2, ponieważ pozostałe miasta potomek otrzymał od rodzica 2 (wystąpiłby konflikt).

| | | | | | | | | |
|----------|---|---|----------|----------|----------|---|---|---|
| Rodzic 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Rodzic 2 | 2 | 4 | 8 | 1 | 7 | 3 | 5 | 6 |

| | | | | | | | | |
|-----------|----------|----------|---|---|---|----------|--|----------|
| Potomek 1 | | 2 | 8 | 1 | 7 | 6 | | |
| Potomek 2 | 2 | | 3 | 4 | 5 | | | 6 |

Rys. 10. Potomkowie – etap II

(źródło: opracowanie własne)

IV. Do uzupełnienia pozostałych miast wykorzystywany jest ciąg odwzorowań otrzymany podczas wymiany podtras.

Na podstawie otrzymanego ciągu miastu 3 odpowiada miasto 8. W przypadku, gdy potomek ma już miasto 3 zaplanowane w trasie, aby nie wystąpił konflikt, należy wpisać miasto 8. Ostateczna forma potomków została przedstawiona na rysunku 12.

7. Ostatnią czynnością do wykonania w algorytmie genetycznym jest dokonanie mutacji. Proces ten ma na celu wprowadzenie zmienności w populacji, a dokonuje się go poprzez wymianę jednego lub kilku

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 |
| ↕ | ↕ | ↕ |
| 8 | 1 | 7 |

Rys. 11. Ciąg odwzorowań
(źródło: opracowanie własne)

| | | | | | | | | |
|-----------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Potomek 1 | 4 | 2 | 8 | 1 | 7 | 6 | 5 | 3 |
| Potomek 2 | 2 | 1 | 3 | 4 | 5 | 8 | 7 | 6 |

Rys. 12. Potomkowie – ostateczna wersja
(źródło: opracowanie własne)

elementów w danej populacji. Wymienić można cztery rodzaje mutacji:

- inwersja (wybór fragmentu trasy i odwrócenie kolejności odwiedzenia tych miast, na przykład: trasa początkowa: 1 2 3 4 5 6 7 8. Inwersji podlegają podkreślone elementy, a zatem trasa końcowa ma postać [22]: 1 2 3 6 5 4 7 8;
- wstawienie (wybór dowolnego miasta i wstawienie go losowo w inne miejsce);
- przemieszczenie (wybór fragmentu trasy i wstawienie jej w inne miejsce);
- wzajemna wymiana (wybranie dwóch miast i zamienienie ich ze sobą).

Spełnienie warunku zatrzymania jest równoznaczne z zakończeniem algorytmu genetycznego. Algorytm nie zawsze pozwala na znalezienie optymalnej trasy, jednak prowadzi do wyłonienia najlepszego spośród wszystkich analizowanych rozwiązań.

5. PODSUMOWANIE

Problem komiwojażera jest niezwykle popularny, nieświadomie rozwiązywany jest nawet w życiu codziennym podczas planowania trasy. Najczęściej jednak borykają się z nim przedsiębiorstwa logistyczne bądź spedycyjne, dla których wybór optymalnej trasy wpływa nie tylko na wysokość kosztów, ale także na jakość świadczonych usług.

Rozwiązanie problemu komiwojażera jest niezwykle trudne, należy on do zagadnień bardzo złożonych, wymagających skomplikowanych obliczeń i dających ogromne ilości rozwiązań. Jakakolwiek zmiana (na przy-

kład wprowadzenie dodatkowego miejsca, które odwiedzić musi komiwojażer) od razu wprowadza nowe rozwiązania.

Istnieje wiele metod służących rozwiązaniu omawianego problemu, te przytoczone w artykule to jedynie niewielka część dostępnych sposobów. Często są zainspirowane prawami natury, naturalnymi procesami występującymi w rzeczywistym świecie, na przykład współpracą mrówek lub dziedziczeniem genetycznym. Pomimo dużej różnorodności dostępnych metod, ogromne skomplikowanie zadania w większości przypadków uniemożliwia znalezienie optymalnego rozwiązania, pozwala jedynie na określenie rozwiązania najbliższego optymalnemu.

Warto zauważyć, że w rzeczywistych systemach logistycznych występuje szereg dodatkowych ograniczeń, które nie są uwzględniane w podstawowej wersji algorytmu, jak rodzaj środka transportu, termin dostawy, wymiary jednostek ładunkowych. Jest to jedną z przyczyn ciągłego poszukiwania nowych algorytmów, wspomagających realizację coraz trudniejszych zadań. Oprócz tego, we współczesnym świecie zauważa się wzrost zainteresowania optymalizacją i potrzebę poszukiwania coraz lepszych rozwiązań. Optymalizacja może pozytywnie wpływać na przewagę konkurencyjną firmy przykładowo poprzez obniżenie kosztów lub krótszy czas realizacji zamówienia. Dlatego też przewiduje się coraz częstsze wykorzystanie algorytmów heurystycznych do rozwiązania zarówno problemu komiwojażera, jak i wielu innych [23].

LITERATURA

- [1] Banks J., Handbook of simulation: Principles, Methodology, Advances, Applications, and Practise, John Wiley & Sons, Inc., Atlanta 1998, s. 2-3
- [2] Domka P., Łokińska M., Programowanie strukturalne i obiektowe, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne Spółka Akcyjna, Warszawa 2009
- [3] Dorigo M., Di Caro G., Gambardella L.M., Ant Algorithms for Discrete Optimization, Artificial Life, 5 (2), 1999, dostęp w Internecie (05.11.2015): http://people.idsia.ch/~luca/ij_23-alife99.pdf
- [4] Dorigo M., Gambardella L. M., Ant colonies for the traveling salesman problem, Technical Report TR/IRIDIA/1996-3, Université Libre de Bruxelles, Belgium, 1996, dostęp w Internecie (05.11.2015): <http://people.idsia.ch/~luca/acs-bio97.pdf>
- [5] Dorigo M., Stützle T., Ant Colony Optimization, MIT Press, Cambridge, MA, USA, 2004, dostęp w Internecie (05.11.2015): http://golem.iimas.unam.mx/~caleb/IA/Topic3-Optimization/literature/Ant_Colony_Optimization.pdf
- [6] Filo G., Zastosowanie algorytmów mrówkowych w rozwiązaniu problemu szeregowania zadań, Czasopismo Techniczne. Mechanika, 4-M/2011, dostęp 06.11.2015:

- https://suw.biblos.pk.edu.pl/resources/i4/i5/i8/i8/r4588/FiloG_ZastosowanieAlgorytmow.pdf
- [7] <http://sjp.pwn.pl>, dostęp 06.11.2015
- [8] <http://www.alife.pl/opt/p/aa.html>, dostęp 05.11.2015
- [9] <http://www.cwr.webd.pl/js/dane/praca.pdf>, dostęp 05.11.2015
- [10] <http://www.optifacility.com/site/pl/optymalizacja-tras> dostęp 06.11.2015
- [11] <http://www.rgtechmix.pl/logistyka.html>, dostęp 06.11.2015
- [12] http://zasoby1.open.agh.edu.pl/dydaktyka/informatyka/c.algorytmy_i_str_danych/index.php?go=komiwojazer dostęp 06.11.2015
- [13] http://zsi.ii.us.edu.pl/m̃boryczka/IntStad/sm_inteligencja.php, dostęp 05.11.2015
- [14] <https://www.ii.pwr.edu.pl/kwasnicka/tekstystudenckie/algorytmym-rowkowe.pdf>, dostęp 05.11.2015
- [15] https://www.ii.uni.wroc.pl/prz/2011lato/ah/opracowania/alg_mrow.opr.pdf, dostęp 05.11.2015
- [16] Jachimowski R., Ambroziak T., Klasteryzacja punktów obsługi i wyznaczanie tras pojazdów w dwuszczeblowym systemie dystrybucji, *Logistyka* 4/2012
- [17] Jachimowski R., Zastosowanie algorytmów heurystycznych do rozwiązywania problemu układania tras pojazdów, *Logistyka* 2/2015
- [18] Karkula M., Szymanowska A., Usprawnianie procesów transportowych z wykorzystaniem usług sieciowych na przykładzie przedsiębiorstwa komunalnego, dostęp 05.11.2015: <http://www.logistyka.net.pl/bank-wiedzy/transport-i-spedycja/item/81472-usprawnianie-procesow-transportowych-z-wykorzystaniem-uslug-sieciowych-na-przykladzie-przedsiębiorstwa-komunalnego>
- [19] Komosiński M., Jaskiewicz A., Wykłady z przedmiotu „Optymalizacja”, Politechnika Poznańska, dostęp w Internecie (05.11.2015):<https://www.cs.put.poznan.pl/mkomosinski/materiały/optymalizacja/Algorytmy.pdf>
- [20] Kozik J., Rozprawa doktorska: Diagnostyka maszyny synchronicznej z zastosowaniem metod sztucznej inteligencji, Kraków 2011
- [21] Krishnaiyer K., Hossein Cheraghi S., Ant Algorithms: Review and Future Applications, Proc. Industrial Engineering Research Conference, Wichita 2002
- [22] Michalewicz Z., Algorytmy Genetyczne + struktury danych = programy ewolucyjne, Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 2003
- [23] Michłowicz E., Rozwiązywanie problemów dostaw w systemach dystrybucji, *Logistyka* 4/2012
- [24] Piętoń Ł., praca magisterska pt. Zastosowanie metod inteligencji obliczeniowej do rozwiązania problemu komiwojażera, Kraków 2011
- [25] Pyza D., Wybrane aspekty racjonalizacji systemów przewozowych w łańcuchu dostaw przy ograniczonych zasobach, *Logistyka* 4/2012
- [26] Różanowski K., P. Sienkiewicz (red.): ZESZYT NAUKOWY NR 2.

- WWSI, Warszawa, 2007, str. 109-135
- [27] Rucińska D., Popyt na usługi transportowe, [w:] Rydzkowski W., Wojewódzka-Król K. [red.], Transport, Warszawa 1997
- [28] Rutkowski L., Metody i techniki sztucznej inteligencji, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009
- [29] Tomeczko B., Problem komiwojażera – algorytmy metaheurystyczne, 2010, dostęp 06.11.2015 http://www.tomeczko.pl/pwr/index.php?option=com_vfm&Itemid=37&do=download&file=PDF%7CMH.pdf
- [30] Wykłady z przedmiotu „Heurystyki i meta heurystyki”, AGH, dostęp 05.11.2015 http://www.pi.zarz.agh.edu.pl/intObl/notes/IntObl_w2.pdf

IN SEARCH OF THE OPTIMAL ROUTE - SELECTED ALGORITHMS APPLICABLE TO THE TRAVELING SALESMAN PROBLEM

Keywords: route optimization, traveling salesman problem, heuristics

ABSTRACT

Due to striving for reducing the logistic cost of enterprises, the route optimisation issue becomes more and more important. For this purpose heuristic solutions based on artificial intelligence are often used. Taking into account the high difficulty of optimization problems, it is particularly important to use IT support. This paper presents the Traveling Salesman Problem and the idea of heuristic algorithms used to solve this problem. More detailed were presented Ant Colony Optimization Algorithm and Genetic Algorithm.

